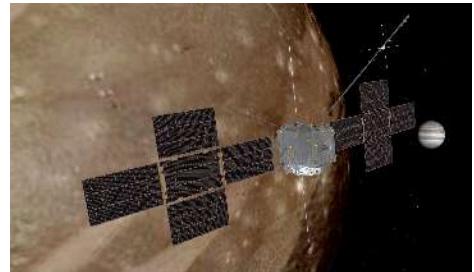


# SATTELITES ET LOIS DE KEPLER

## Exercice 1 : Lunes glacées de Jupiter

Quelles sont les conditions qui président à la formation des planètes et à l'émergence de la vie ? Comment est né le système solaire ? Autant de questions fondamentales auxquelles la mission JUICE (Jupiter Icy Moons Explorer), qui a décollé avec succès le 14 avril 2023, tentera de répondre à partir de 2031, grâce à l'exploration de Jupiter et de trois de ses lunes. Au cours de cette phase d'exploration qui durera 4 ans, la sonde JUICE s'intéressera tout particulièrement à l'une d'elle, Ganymède, suspectée d'abriter un océan liquide sous sa croûte de glace.



Exploring Jupiter and Ganymede (artist's impression). Source : esa.int

Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement de la sonde JUICE autour de Ganymède.

### Données

- rayon de Ganymède :  $R_G = 2,63 \times 10^3$  km ;
- masse de Ganymède :  $M_G = 1,82 \times 10^{23}$  kg ;
- distance maximale entre Jupiter et la Terre :  $9,3 \times 10^8$  km ;
- valeur de la constante gravitationnelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  ;
- la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide est supposée connue.

### 1. Orbites de la sonde JUICE autour de Ganymède

À partir de décembre 2034, la sonde JUICE se placera sur différentes orbites autour de Ganymède :

- durant une première phase de 30 jours, la sonde circulera sur une orbite elliptique ;
- elle restera ensuite 90 jours sur une orbite circulaire d'altitude 5 000 km ;
- une nouvelle manœuvre la placera sur une orbite circulaire d'altitude 500 km d'où elle étudiera Ganymède durant 102 jours ;
- enfin, la sonde se placera sur une orbite circulaire d'altitude inférieure à 500 km pour une durée de 30 jours.

Source : Wikipedia

On s'intéresse à l'orbite circulaire d'altitude  $h = 500$  km de la sonde JUICE autour de Ganymède.

**Q.1.** Schématiser, sans souci d'échelle, Ganymède et l'orbite de la sonde JUICE. Placer le repère de Frenet ( $\vec{u}_t$ ,  $\vec{u}_n$ ) et représenter  $\vec{F}_G$  la force d'interaction gravitationnelle à laquelle la sonde JUICE est soumise de la part de Ganymède, à un point quelconque de sa trajectoire.

**Q.2.** Exprimer, dans le repère de Frenet, le vecteur de la force  $\vec{F}_G$ .

**Q.3.** On considère que  $\vec{F}_G$  est la seule force qui s'exerce sur la sonde JUICE. Montrer que la sonde JUICE a un mouvement circulaire uniforme dans le référentiel, supposé galiléen, centré sur Ganymède.

**Q.4.** Montrer que la vitesse de la sonde JUICE peut s'écrire :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_G}{R_G + h}}$$

**Q.5.** Établir l'expression de la période  $T$  en fonction de  $R_G$ ,  $h$ ,  $M_G$  et  $G$  puis en déduire que sur l'orbite circulaire d'altitude 500 km, la sonde JUICE a une période de valeur proche de  $T_{500} = 2,77$  h.

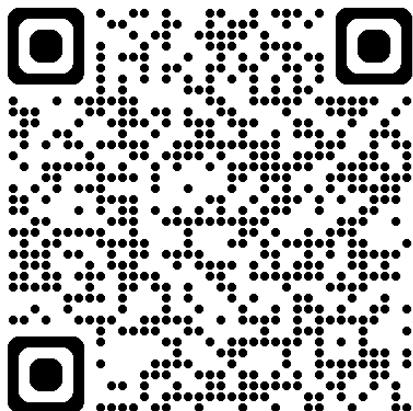
**Q.6.** En utilisant la troisième loi de Kepler, déterminer la période de la sonde JUICE sur son orbite circulaire d'altitude 5 000 km.

« Les 1167 orbites que la sonde JUICE effectuera autour de Ganymède suffiront à révéler les secrets qu'elle cache sous sa couche de glace. »

D'après *Science&Vie du 19 avril 2023*.

**Q.7.** En utilisant les réponses aux questions 5 et 6, estimer le nombre d'orbites effectuées par la sonde JUICE autour de Ganymède et commenter la phrase ci-dessus.

*Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche. Toute démarche pertinente, même non aboutie, sera valorisée.*



## Exercice 2 : La face cachée de la Lune

La Lune est le satellite naturel de la Terre qui a été étudié, voire exploré, sous différents angles et qui continue de fasciner.



Figure 1. Photographie de la Lune  
(Source : Wikipédia)

### Données :

- Constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  ;
- Masse de la Lune :  $M_L = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$  ;
- Masse de la Terre :  $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$  ;
- Rayon de la Lune :  $R_L = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$  ;
- Distance moyenne du centre de la Terre à la Lune :  $d_{T-L} = 384\,400 \text{ km}$  ;
- Distance moyenne du centre de la Terre au satellite relais Queqiao 2 :  $d_{T-Q} = 449\,600 \text{ km}$  ;
- Distance moyenne satellite relais Queqiao 2 - Chang'e 6 :  $d_{Q-C} = 65\,000 \text{ km}$  ;
- La célérité de la lumière dans le vide est supposée connue.

### 1. La Lune sous tous les angles

Dans cette partie, la Lune est modélisée par un point matériel L, de masse  $M_L$ , en orbite supposée circulaire à la distance  $d_{T-L}$  du centre de la Terre T, de masse  $M_T$ . Le mouvement de la Lune est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. La seule interaction gravitationnelle prise en compte est celle entre la Terre et la Lune.

- Q.1.** Schématiser, sans souci d'échelle, la Terre et la Lune. Placer le repère de Frenet centré sur la Lune ( $\vec{u}_N, \vec{u}_T$ ) et représenter la force à laquelle est soumise la Lune.
- Q.2.** Donner dans le repère de Frenet, l'expression vectorielle de la force à laquelle est soumise la Lune.
- Q.3.** Déduire de la seconde loi de Newton appliquée à la Lune, l'expression de la période de révolution de la Lune autour de la Terre :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d_{T-L}^3}{G \times M_T}}$$

- Q.4.** Calculer la valeur de la période de révolution  $T$  de la Lune autour de la Terre. Sachant que la Lune tourne sur elle-même en environ 28 jours, expliquer pourquoi on ne voit qu'une seule face de la Lune.