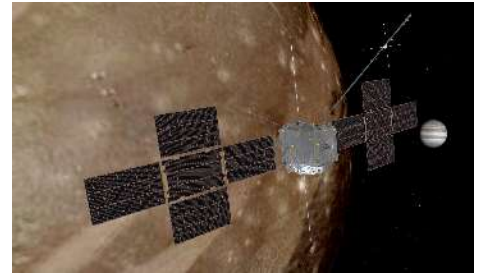


SATELLITES ET LOIS DE KEPLER

Exercice 1 : Lunes glacées de Jupiter

Quelles sont les conditions qui président à la formation des planètes et à l'émergence de la vie ? Comment est né le système solaire ? Autant de questions fondamentales auxquelles la mission JUICE (Jupiter Icy Moons Explorer), qui a décollé avec succès le 14 avril 2023, tentera de répondre à partir de 2031, grâce à l'exploration de Jupiter et de trois de ses lunes. Au cours de cette phase d'exploration qui durera 4 ans, la sonde JUICE s'intéressera tout particulièrement à l'une d'elle, Ganymède, suspectée d'abriter un océan liquide sous sa croûte de glace.



Exploring Jupiter and Ganymede (artist's impression). Source : esa.int

Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement de la sonde JUICE autour de Ganymède.

Données

- rayon de Ganymède : $R_G = 2,63 \times 10^3$ km ;
- masse de Ganymède : $M_G = 1,82 \times 10^{23}$ kg ;
- distance maximale entre Jupiter et la Terre : $9,3 \times 10^8$ km ;
- valeur de la constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide est supposée connue.

1. Orbites de la sonde JUICE autour de Ganymède

À partir de décembre 2024, la sonde JUICE se placera sur différentes orbites autour de Ganymède :

- durant une première phase de 30 jours, la sonde circulera sur une orbite elliptique ;
- elle restera ensuite 90 jours sur une orbite circulaire d'altitude 5 000 km ;
- une nouvelle manœuvre la placera sur une orbite circulaire d'altitude 500 km d'où elle étudiera Ganymède durant 102 jours ;
- enfin, la sonde se placera sur une orbite circulaire d'altitude inférieure à 500 km pour une durée de 30 jours.

Source : Wikipedia

On s'intéresse à l'orbite circulaire d'altitude $h = 500$ km de la sonde JUICE autour de Ganymède.

Q.1. Schématiser, sans souci d'échelle, Ganymède et l'orbite de la sonde JUICE. Placer le repère de Frenet (\vec{u}_t, \vec{u}_n) et représenter \vec{F}_G la force d'interaction gravitationnelle à laquelle la sonde JUICE est soumise de la part de Ganymède, à un point quelconque de sa trajectoire.

Q.2. Exprimer, dans le repère de Frenet, le vecteur de la force \vec{F}_G .

Q.3. On considère que \vec{F}_G est la seule force qui s'exerce sur la sonde JUICE. Montrer que la sonde JUICE a un mouvement circulaire uniforme dans le référentiel, supposé galiléen, centré sur Ganymède.

Q.4. Montrer que la vitesse de la sonde JUICE peut s'écrire :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_G}{R_G + h}}$$

Q.5. Établir l'expression de la période T en fonction de R_G , h , M_G et G puis en déduire que sur l'orbite circulaire d'altitude 500 km, la sonde JUICE a une période de valeur proche de $T_{500} = 2,77$ h.

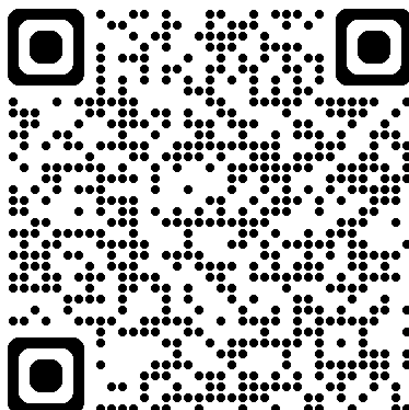
Q.6. En utilisant la troisième loi de Kepler, déterminer la période de la sonde JUICE sur son orbite circulaire d'altitude 5 000 km.

« Les 1167 orbites que la sonde JUICE effectuera autour de Ganymède suffiront à révéler les secrets qu'elle cache sous sa couche de glace. »

D'après Science&Vie du 19 avril 2023.

Q.7. En utilisant les réponses aux questions 5 et 6, estimer le nombre d'orbites effectuées par la sonde JUICE autour de Ganymède et commenter la phrase ci-dessus.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche. Toute démarche pertinente, même non aboutie, sera valorisée.



Exercice 2 : La face cachée de la Lune

La Lune est le satellite naturel de la Terre qui a été étudié, voire exploré, sous différents angles et qui continue de fasciner.



Figure 1. Photographie de la Lune
(Source : Wikipédia)

Données :

- Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- Masse de la Lune : $M_L = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$;
- Masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$;
- Rayon de la Lune : $R_L = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$;
- Distance moyenne du centre de la Terre à la Lune : $d_{T-L} = 384\,400 \text{ km}$;
- Distance moyenne du centre de la Terre au satellite relais Queqiao 2 : $d_{T-Q} = 449\,600 \text{ km}$;
- Distance moyenne satellite relais Queqiao 2 - Chang'e 6 : $d_{Q-C} = 65\,000 \text{ km}$;
- La célérité de la lumière dans le vide est supposée connue.

1. La Lune sous tous les angles

Dans cette partie, la Lune est modélisée par un point matériel L, de masse M_L , en orbite supposée circulaire à la distance d_{T-L} du centre de la Terre T, de masse M_T . Le mouvement de la Lune est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. La seule interaction gravitationnelle prise en compte est celle entre la Terre et la Lune.

- Q.1.** Schématiser, sans souci d'échelle, la Terre et la Lune. Placer le repère de Frenet centré sur la Lune (\vec{u}_N, \vec{u}_T) et représenter la force à laquelle est soumise la Lune.
- Q.2.** Donner dans le repère de Frenet, l'expression vectorielle de la force à laquelle est soumise la Lune.
- Q.3.** Dédurre de la seconde loi de Newton appliquée à la Lune, l'expression de la période de révolution de la Lune autour de la Terre :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d_{T-L}^3}{G \times M_T}}$$

- Q.4.** Calculer la valeur de la période de révolution T de la Lune autour de la Terre. Sachant que la Lune tourne sur elle-même en environ 28 jours, expliquer pourquoi on ne voit qu'une seule face de la Lune.