

Mesures et incertitudes

I. Imprécision des résultats expérimentaux

Deux expériences successives conduisent rarement à des résultats rigoureusement identiques. On a même déjà pris l'habitude de procéder à plusieurs expériences pour réaliser une moyenne des résultats. Mais d'où viennent ces différences ?

- Erreurs systématiques

La **précision des appareils de mesure** est limitée par la technologie. Cette limite de précision engendre une erreur que l'on qualifiera de systématique.

- Erreurs aléatoires

L'expérimentation peut conduire à des erreurs **de la part du manipulateur**, ces erreurs sont qualifiées d'erreurs aléatoires.

- Variabilité du phénomène

Selon le phénomène observé on peut avoir une **variation au cours du temps**. Par exemple la mesure du rythme cardiaque est beaucoup soumis à la variabilité du phénomène.

II. Les chiffres significatifs

II.1. Utilité

En physique-chimie, par convention, on n'écrit que les chiffres qui ont une **signification expérimentale**. C'est à dire qu'en physique-chimie écrire 4,000 ou 4,0 n'a pas exactement la même signification.

C'est totalement contre-intuitif par rapport aux mathématiques mais cela a une réelle importance en sciences expérimentales :

- Si on annonce une valeur de 4,000n cela signifie que l'appareil qui nous a permis la mesure a une précision au millimètre près.
- Si on annonce une valeur de 4,0m cela signifie que l'appareil est précis au décimètre près (ni plus, ni moins).

II.2. Règles de décision

- Pour déterminer le nombre de chiffres significatifs (CS) on compte tous les chiffres du nombre sauf les « zéros de devant ».

Par exemple 0,000170800 est un nombre qui a 6 chiffres significatifs.

- Pour savoir avec combien de CS on écrit un résultat on compte le nombre de CS pour chaque valeur et on garde le plus petit. L'idée est de ne pas créer une fausse précision.

Par exemple pour $\frac{3,08 \times 2,0}{4,11 \times 10^{-12}}$ on écrira le résultat avec 2 CS.

Exercice:

1. Combien de CS comptent les nombres suivants :

- a) 1,04
- b) 2,080
- c) 0,0404
- d) $3,08 \times 10^{-4}$
- e) $2,860 \times 10^7$
- f) 0,000001

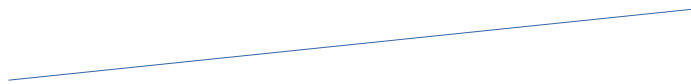
2. Avec combien de CS écririez-vous les résultats des calculs suivants :

- a) $\frac{1,04 \times 10^{-2}}{2,0 \times 4,040}$
- b) $\frac{2,00 \times 4,86 \times 5}{2,0 \times 10^{-31}}$

III. Incertitudes

III.1. Incertitude absolue

L'incertitude absolue est l'écart maximale possible entre la mesure et la valeur exacte. La mesure et son incertitude absolue constituent un domaine de valeurs possibles à l'intérieur duquel se trouve la valeur exacte. Si par exemple on utilise une règle pour mesurer la longueur du segment suivant:



Avec ma règle je trouve 9,2cm. L'incertitude absolue sur une règle de ce type est de 1mm (la plus petite graduation), c'est à dire $U(d)=1\text{mm}$.

En toute transparence, pour présenter le résultat on devra donc écrire :

$$d=(9,2 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Ce qui signifie que la valeur exacte de la longueur de ce segment se trouve entre 9,1 et 9,3cm.

Remarque : On trouve deux notations pour incertitude absolue sur d : $U(d)$ ou $\Delta(d)$. Les deux sont valides en France, à l'international on utilisera $U(d)$.

III.2. Incertitude relative

L'incertitude absolue doit être accompagnée du résultat pour avoir un sens sur la précision de la mesure. En effet une incertitude absolue de 1mm peut correspondre à une très grande précision (si l'on mesure le rayon de la Terre par exemple) ou au contraire à une précision médiocre (si l'on mesure le diamètre d'un petit pois).

Pour estimer la précision de la mesure on utilise l'incertitude relative : $\frac{U(d)}{d}$ ou $\frac{\Delta(d)}{d}$. Cette incertitude est sans dimension.

Quelle utilisation au BAC ?

Exemple 1 : Dosage d'un sachet d'aspirine

L'étiquette d'un sachet d'aspirine prescrit au titre de la prévention des AVC porte la mention : « Teneur en aspirine : 100 mg »

Un élève se propose de vérifier la teneur en aspirine, notée HA, de ce sachet.

Pour cela, il prépare une solution S en introduisant l'aspirine contenue dans le sachet dans une fiole jaugée, puis en ajoutant de l'eau distillée pour obtenir une solution de volume 500,0 mL.

Il prélève ensuite un volume $V_A = 100 \pm 0,1 \text{ mL}$ de cette solution S qu'il dose avec une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$) de concentration molaire $(1,00 \pm 0,02) \times 10^{-2} \text{ mol/L}$ en présence de phénolphthaléine.

Le volume V_E de solution aqueuse d'hydroxyde de sodium versé pour atteindre l'équivalence est $V_E = 10,7 \pm 0,1 \text{ mL}$

L'équation bilan de la réaction est $\text{AH} + \text{HO}^- \rightarrow \text{A}^- + \text{H}_2\text{O}$

La masse molaire de l'aspirine est 180 g/mol

1. Déterminer la quantité de matière n_{exp} puis la masse m_{exp} d'aspirine ainsi déterminée.

2. Déterminer l'incertitude relative $\frac{\Delta m_{\text{exp}}}{m_{\text{exp}}}$ dont on admet que, dans les conditions de l'expérience, la valeur est donnée par la relation :

$$\left(\frac{\Delta m_{\text{exp}}}{m_{\text{exp}}}\right)^2 = \left(\frac{\Delta V_E}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C_B}{C_B}\right)^2$$

3. En déduire un encadrement de la masse m_{exp} obtenue par l'élève.

4. L'encadrement obtenu à la question précédente est-il en accord avec la mention portée sur le sachet d'aspirine ? Proposer une explication à l'écart éventuellement observé.

Exemple 2 : L'huile d'olive, bénéfique pour la santé ?

C'est par la pression de la pulpe d'olive provenant du broyage des olives, et par extraction de la fraction huileuse des autres composants solides et liquides, que sont produites les huiles d'olive.

Les huiles d'olive « vierges » sont des huiles obtenues par procédés mécaniques ou d'autres procédés physiques, dans des conditions, thermiques notamment, qui n'entraînent pas d'altération de l'huile ; elles n'ont subi aucun traitement autre que lavage, décantation, centrifugation et filtration.

Différentes catégories d'huile d'olive « vierge » existent en fonction de leur taux en acide oléique ; par exemple l'huile d'olive « vierge » extra, considérée comme la meilleure, comporte au maximum 0,8 g d'acide oléique pour 100 g d'huile. La qualité nutritionnelle et organoleptique dépend de la catégorie.

Les principaux constituants des huiles végétales et des graisses animales sont des triglycérides d'acides gras (notés TAG). L'acide gras, majoritairement présent les TAG de l'huile d'olive est l'acide oléique ; il est formé lors de la dégradation de l'huile par hydrolyse. C'est l'acide gras, c'est-à-dire à longue chaîne, le plus abondant de l'organisme ; son nom vient de l'huile d'olive, mais il est aussi abondant dans les TAG des huiles végétales et de certaines graisses animales (graisses d'oie, de canard ...). Il fait partie de la famille des acides gras oméga 9, acides mono-insaturés qui ont des effets bénéfiques reconnus contre les maladies cardio-vasculaires.

L'huile d'olive peut être consommée à froid ou en friture et être utilisée pour la fabrication des savons.

Des études réalisées par l'université de Bari (ville au sud de l'Italie) sur des populations âgées ont montré qu'une alimentation riche en acides gras mono-insaturés (tel que l'acide oléique) prévenait la dégradation de la mémoire et des fonctions cognitives. Selon sa catégorie, l'huile d'olive peut en être plus ou moins riche. Les qualités nutritionnelles et diététiques ne sont toutefois avérées que pour des huiles d'appellation « vierge » ou « extra vierge ».

Le technicien d'un laboratoire d'analyse cherche à déterminer la catégorie d'une huile d'olive. Pour cela, il effectue les opérations décrites ci-après.

Dans un erlenmeyer de 250 mL, il verse $V_{\text{ethanol}} = (40 \pm 1) \text{ mL}$ d'éthanol et un volume $V_{\text{ether}} = (40 \pm 1) \text{ mL}$ d'éther éthylique. Ce mélange sert de solvant.

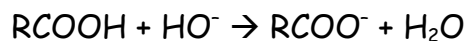
Il ajoute dans un erlenmeyer un volume $V_{\text{huile}} = (20,0 \pm 0,1) \text{ mL}$ d'huile d'olive, puis quelques gouttes d'indicateur coloré.

Il agite pour homogénéiser le mélange.

Il ajoute progressivement au mélange contenu dans l'erlenmeyer une solution S de potasse alcoolique (hydroxyde de potassium, $\text{K}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$, en solution dans l'éthanol) de concentration molaire $C_b = (1,00 \pm 0,02) \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$, contenue dans une burette.

Il observe un virage de l'indicateur coloré pour un volume V_e de solution S d'hydroxyde de potassium versé égal à $(10,4 \pm 0,1) \text{ mL}$.

L'équation de la réaction intervenant entre l'acide oléique présent dans l'huile et les ions hydroxyde contenus dans la solution S est la suivante :



1. Déterminer la masse m_a d'acide oléique contenu dans le volume d'huile prélevé.
($M = 282 \text{ g/mol}$)

2. Donner un encadrement de la masse m_a d'acide oléique contenu dans l'huile sachant que la valeur de l'incertitude $U(m_a)$ sur la masse est donnée par la relation :

$$\left(\frac{U(m_a)}{m_a} \right)^2 = \left(\frac{U(V_e)}{V_e} \right)^2 + \left(\frac{U(c_b)}{c_b} \right)^2$$

Exemple 3 : Saut spectaculaire au-dessus du canal de Corinthe

Le canal de Corinthe est situé en Grèce. Il a été creusé pour relier la mer Égée et la mer Ionienne. Les parois rocheuses sont très hautes et l'eau s'écoule à 79 m au-dessous du niveau du sol.

Plusieurs pilotes de moto avaient déjà eu l'intention de franchir le canal de Corinthe, situé en Grèce, mais seul l'Australien Robbie Maddison a réalisé cet exploit en avril 2010.

Il a pris son élan pour accélérer sa moto et atteindre la vitesse de 125 km.h^{-1} . Il a ensuite emprunté une rampe qui lui a permis de franchir le canal, avant d'atterrir de l'autre côté.

Le point le plus haut de son vol a dépassé les 95 mètres au-dessus du niveau de l'eau.



En tenant compte de l'échelle des distances, on mesure quelques abscisses des positions occupées par Maddison et sa moto et on calcule la vitesse v_x suivant l'horizontale pour ces positions. On obtient les valeurs ci-après :

v_x (en m.s^{-1})	28,3	29,1	28,7	29,0	27,7	29,0
-------------------------------	------	------	------	------	------	------

1. Présenter le résultat de ces mesures sous la forme : $v_x = \overline{v_x} \pm U(v_x)$

où $\overline{v_x}$ est la valeur moyenne des N mesures
et $U(v_x)$ l'incertitude avec un niveau de confiance de 95%.

On donne $U(v_x) = k \frac{S_{n-1}}{\sqrt{N}}$ où $S_{n-1} = 0,543 \text{ m.s}^{-1}$ et $k = 2,6$.

2. La vitesse en sortie de tremplin $v_0 = 125 \text{ km.h}^{-1}$ annoncée sur les sites internet est-elle vérifiée, sachant que l'inclinaison en sortie du tremplin vaut $\alpha = 33^\circ$?